ESERCITAZIONE R

29/09/2014

NUMERI PSEUDO-ALEATORI

Assegno ai vettori numeri pseudo aleatori

GAUSSIANI = rnorm (....) → numeri random di tipo gaussiano

rnorm(100, 0, 1)
- 100 ↙ quanti me ne dai
- 0 ↑ media
- 1 → deviazione STD (varianza)

X = runif(1000, min=0, max=1) → vettore lungo 1000
↑ numeri uniformi

media e deviazione STD

mean(X)

sd(x)

Plot (x,y) (scelto numero di componenti nel vettore, senno non lo fa)

x assegno numeri 1 → 10

y assegno numeri 11 → 20

Plot(x,y, type) ← CI DICE IL TIPO DI GRAFICO

type → n
→ p = puntini
→ l = linee

oltre al tipo posso aggiungere il colore

Plot = (x,y, ..., col=red)

- **lines** agisce in aggiunta a plot. Da solo non si usa.

Esempio: creo un plot vuoto e gli voglio aggiungere qualcos'altro. Metto lines.

plot n → grafico

+ lines(x,y....) → ci aggiunge.

MASTER COPY
Tel. 050 8312126
Cell. 388 9837745

GRAFICO GAUSSIANO

Y = dnorm (_ , _ , _ , _)

- dnorm: valori densità
- 1° _: punto in cui voglio la densità
- 2° _: media e varianza → se non le indico, di default mette [0,1]

p = probabilità

q = quantili gaussiani

Come assegnare al software tutti i valori sull'asse x?

Se fosse da 1 a 100 → (1:100)

Ma se io li voglio equidistanziati tra -3 e 3?

$x = a + (0:(n-1))/(n-1)*(b-a)$

- (0:(n-1)): voglio 100 numeri, vanno da 0 a 99.
- /(n-1): divido per 99
- 100 numeri da 0 a 1

a = -5
b = +5
Sostituisco
n = 1000

vengono 1000 numeri equidistanti tra -5 e 5. Se voglio la densità gaussiana metto Y = dnorm(x) → valori su asse Y

Poi metto il plot(x,Y) e mi fa il grafico.

Però il grafico non è in scala. Se lo voglio fare in scala plot(x,Y,asp=1), attenzione perché potrebbe schiacciarlo.

Mosler COPY COPISTERIA 059/8121288 388/9837745

30/09/2014

Data una variabile aleatoria X

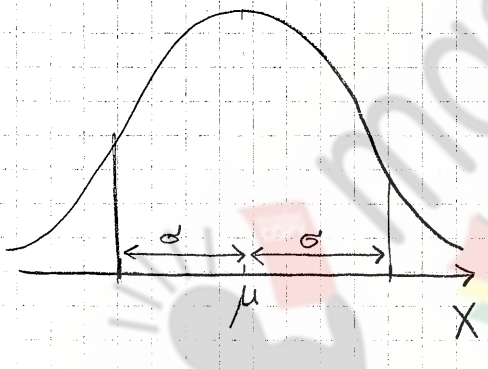
$E[X]$ MEDIA/VALORE ATTESO

$E[X] = \mu$

$Var[X] = E[(X - E[X])^2] = \sigma^2$ VARIANZA

$\sigma = \sqrt{Var}$ = DEVIAZIONE STANDARD

$\frac{\sigma}{\mu}$



la variabile aleatoria assume i valori sugli assi delle x.

$Cov(X,Y)$ COVARIANZA TRA 2 VARIABILI

$$E[(X-\mu_x)(Y-\mu_Y)] = E[XY] - \mu_x \mu_Y$$

Covarianza è un quadrato, come la varianza $Cov(X,X) = \sigma^2_x$. Descrive il legame, o parte, tra due variabili aleatorie. Il difetto è che dipende dall'unità di misura delle due grandezze. Introduciamo $\rho = \rho(X,Y) = \frac{Cov(X,Y)}{\sigma_X \times \sigma_Y}$, per poter confrontare problemi diversi.

master COPY COPISTERIA 0521831126 3861983745

Il coefficiente di correlazione ρ non dipende dall'unità di misura.

PROP. 1

$$-1 \leq \rho(X,Y) \leq 1$$

$$\mathrm{Cov}(aX, bY) = ab\,\mathrm{Cov}(X,Y) \qquad a,b \in \mathbb{R}$$

(la covarianza dipende dall'unità di misura)

X, Y var. aleatorie

$$\rho(aX, bY) = \rho(X,Y)$$

↓ invarianza per scala, vale per $a, b > 0$

$$E[aX] = aE[X]$$

DIM $\mathrm{Cov}(aX, bY)$

$$\overset{\text{def}}{=} E[aXbY] - \mu_{aX}\mu_{bY} = ab\,E[XY] - ab\,\mu_X\mu_Y$$

$$= ab\,\mathrm{Cov}(X,Y)$$

— ∘ —

$$\rho(aX, bY) = \frac{\mathrm{Cov}(aX, bY)}{\sigma_{aX}\sigma_{bY}} = \frac{ab\,\mathrm{Cov}(X,Y)}{|a||b|\sigma_X\sigma_Y} = \frac{ab}{|a||b|}\rho(X,Y) \quad (*)$$

$$\sigma_{aX} = \sqrt{\mathrm{var}[aX]} = \sqrt{a^2\,\mathrm{var}[X]} = |a|\sqrt{\mathrm{var}[X]} = |a|\sigma_X$$

(*) vale se a, b sono concordi.

PROP. 2

$Cov(aX+b, Y) = a\,Cov(X,Y)$

$Cov(aX+bY+c, Z) = a\,Cov(X,Z) + b\,Cov(Y,Z)$

e le stesse proprietà valgono rispetto al secondo argomento

$Var[aX+b] = a^2 Var[X]$

TEOREMA

X, Y var. aleatorie indipendenti allora $\Rightarrow$

$Cov(X,Y) = 0$

$\rho(X,Y) = 0$

OSS: nelle applicazioni se $\rho \simeq 0$ si ritiene che X, Y siano indipendenti o quasi.

OSS: (X,Y) vettore gaussiano, $\rho(X,Y)=0 \Rightarrow$ X, Y indipendenti.

Perché ho utilizzato ρ e non la Cov? ρ ha un significato assoluto, no unità di misura, $-1 \leq \rho \leq 1$. La Cov può valere 37/0,37/37.000 a seconda dell'unità di misura, quindi non ha significato una $Cov \sim 0$.

$\rho = 0$ è una proprietà più stabile rispetto alla Cov. Da questo teorema estrapoliamo il concetto di scorrelate.

INDIPENDENTI INDICA SCORRELATE $\rightarrow Cov(X,Y)=0$, $\rho(X,Y)=0$

$\downarrow$ X, Y SCORRELATE.

Master COPY COPISERIA 050/8312136 328/9837745